СТЕНГАЗЕТА ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

В истории черпаем мы мудрость, в поэзии – остроумие, в математике – проницательность.
Ф. Бэкон

МАТЕМАТИКА

№ 12
МАЙ
2009

История логарифмов
трудности вычислений

Как только люди научились вычислять, у них сразу же возникло желание как-то упростить этот процесс. Это не удивительно: сложные вычисления с самых давних пор нужны были в таких важных областях, как сбор налогов и астрономия, строительство огромных и сложных сооружений, повседневные расчеты, связанные с торговлей, займами, обменом денег. Одним из важнейших изобретений на этом пути были логарифмы, их появление упростило вычисления с большими числами и превратило из сложного искусства в рутинную работу. И хотя основные факты, лежащие в основе теории логарифмов, были известны с незапамятных времен, историки называют изобретателем логарифмов шотландского математика Джона Непера. Да и слово «логарифм» тоже придумано им.

Первые наблюдения

Наверное, еще в начальной школе все вы заметили, что выполнить умножение или деление гораздо труднее, чем сложение или вычитание. Так и египетские вычислители заменяли умножение чисел сложением и удвоением. При внимательном рассмотрении можно заметить, что алгоритм, который они использовали, опирался на соответствие между членами геометрической прогрессии, образованной степенями двойки, и арифметической прогрессии, образованной целыми числами. Гораздо позже, в III веке до н.э., великий древнегреческий ученый Архимед писал: «Если некоторое из чисел, составляющих непрерывную пропорцию начиная от единицы (так Архимед называл геометрическую прогрессию с первым членом 1), перемножается с другим из той же пропорции, то полученное число будет принадлежать к той же самой пропорции, отстоя от большего из перемножаемых чисел настолько, насколько меньшее из перемножаемых чисел в пропорции отстоит от единицы». Кстати, считается, что слово «логарифм» Непер образовал от греческих слов «отношение» и «число», которые Архимед использовал, называя члены геометрической прогрессии.

Труды Архимеда были хорошо известны математикам средневековой Европы, многие из них упоминали обнаруженную Архимедом зависимость , но очень долго никому не удавалось получить из этих наблюдений какую-то практическую пользу. Дальше всех в изучении этой закономерности продвинулся выдающийся немецкий математик Михаэль Штифель (1484–1567). Он рассматривал те же последовательности, что и древние египтяне:

0 1 2 3 4 5 ...
1 2 4 8 16 32 ...

Числа верхнего ряда он называл *показателями*. Штифель заметил, что для того, чтобы получить показатель произведения, надо сложить показатели сомножителей, а показатель частного находится вычитанием показателя делителя из показателя делимого. Кроме того, Штифель первым догадался продолжить оба ряда влево и стал использовать отрицательные показатели степени. Впрочем, дальнейшего продвижения в новом направлении тогда не последовало.

Мы же заметим, что сопоставление таких последовательностей позволяет умножение двух чисел заменить сложением двух (но уже других!) чисел.

Итак, если уметь каждые два числа представлять как члены одной и той же геометрической прогрессии, можно вместо того, чтобы перемножать их, складывать отвечающие им показатели и находить в прогрессии число, показатель которого равен найденной сумме. Это и есть основная идея, на которой основана теория логарифмов.

Прямые предшественники

Что же мешало создать новые вычислительные инструменты, основанные на такой замечательной идее? Дело в том, что геометрическая прогрессия с целым знаменателем растет очень быстро, даже если мы придаем этому знаменателю, как в рассмотренных примерах, самое маленькое из возможных значений, то есть 2. А значит, подавляющее большинство целых чисел, не говоря уж о дробях, в эту последовательность не попадут, и для их умножения эти прогрессии оказываются бесполезными.

В преодолении этой трудности большую роль сыграли работы голландского математика, инженера и финансиста Симона Стевина. Именно благодаря его усилиям математики Европы стали активно использовать в своей работе десятичные дроби. Книга Стевина под названием «Десятая», изданная в 1585 г., способствовала быстрому распространению методов работы с новыми дробями.

Самое большое внимание Стевин уделил финансовым вычислениям, особенно сложным процентам. Что это такое? Это просто проценты от процентов. Допустим, некто взял кредит из расчета k процентов в месяц. Значит, по прошествии месяца он должен будет вернуть уже $100\% + k\%$, или $\frac{100+k}{100}$, от первоначально взятой суммы. Если же он берет деньги не на один месяц, а на два или на три с условием, что проценты начисляются каждый месяц, то должен будет вернуть $\left(\frac{100+k}{100}\right)^2$ или $\left(\frac{100+k}{100}\right)^3$ от взятой суммы. Это и есть сложные проценты. В 1582 г. Стевин издал специальные таблицы для определения сложных процентов. В этих таблицах содержались числа $\left(\frac{100+k}{100}\right)^n$ при нескольких небольших значениях k и различных значениях числа n.

При фиксированном маленьком значении числа k и переменном n сложные проценты образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $\frac{100+k}{100}$, члены которой располагаются гораздо теснее, чем в рассмотренных нами числовых рядах. А выбрав k очень-очень маленьким, можно сделать так, что для каждого целого числа в этой прогрессии найдется член, очень близкий к этому числу.

По всей видимости, примерно так рассуждал швейцарский вычислитель Иост Бюрги, который в 1620 г. издал «Таблицы арифметической и геометрической прогрессий с обстоятельными наставлениями, как пользоваться ими при всякого рода вычислениях». В этих таблицах Бюрги брал значение $k = 0{,}0001$. Их составление потребовало примерно 8 лет непрерывной работы.

Однако прогрессии Бюрги все еще были недостаточно густыми и не все числа попадали в них с достаточно хорошей точностью. Требовалось еще какое-то усовершенствование метода, которое позволит находить **«показатель»** для каждого числа. Это слово выделено, потому что нет такой прогрессии, в которую попадет каждое число, а перемножать нужно числа самые разные. Поэтому требовалось найти для каждого числа какое-то другое, которое могло бы исполнять роль показателя.

Такие числа придумал Джон Непер и назвал их логарифмами. Свой главный труд, посвященный логарифмам, он издал в 1614 г., но первые логарифмические таблицы были составлены им почти на 20 лет раньше.

Н. Жарковская
По материалам математического клуба «Кенгуру»
Художник В. Солдатенко