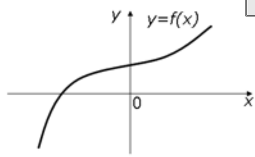
1

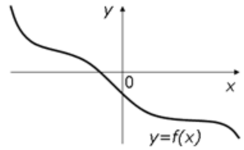
- если двигаться по графику слева направо, то ординаты точек графика всё время увеличиваются («поднимаемся в горку»);

говорят, что <u>функция возрастает</u>;



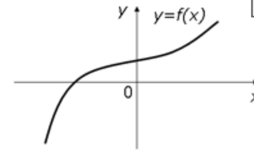
- если двигаться по графику слева направо, то ординаты точек графика всё время уменьшаются («спускаемся с горки»);

говорят, что <u>функция убывает</u>.

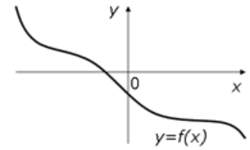


2

Функция возрастает, если большему (меньшему) значению аргумента соответствует большее (меньшее) значение функции.



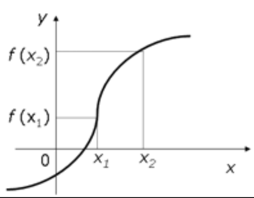
Функция убывает, если большему (меньшему) значению аргумента соответствует меньшее (большее) значение функции.



3

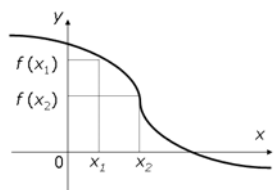
<u>Определение 1</u>

Функцию $y = f(x)$ называют <u>возрастающей</u> на промежутке X, если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 – любые две точки промежутка X, следует неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.



<u>Определение 2</u>

Функцию $y = f(x)$ называют <u>убывающей</u> на промежутке X, если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 – любые две точки промежутка X, следует неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

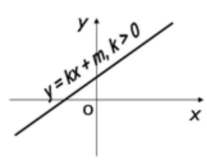


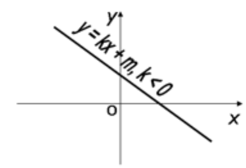
4

Линейная функция *y = kx + m*

Если $k > 0$, то функция возрастает на всей числовой прямой.

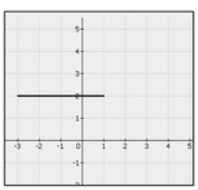
Если $k < 0$, то функция убывает на всей числовой прямой.

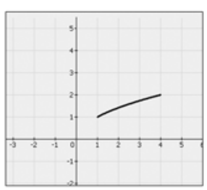


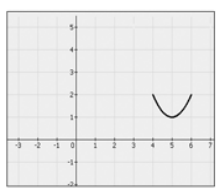


5

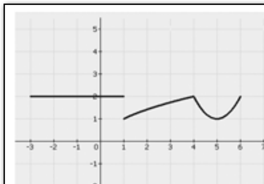
$$y=\begin{cases}2; \ -3\le x\le 1;\\ \sqrt{x}; \ 1<x\le 4;\\ (x-5)^2+1; \ 4<x\le 6.\end{cases}$$







6



$$y=\begin{cases}2; \ -3\le x\le 1;\\ \sqrt{x}; \ 1<x\le 4;\\ (x-5)^2+1; \ 4<x\le 6.\end{cases}$$

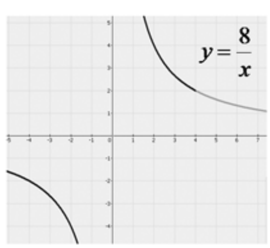
1. $D(f) = [-3; 6]$.
2. $E(f) = [1; 2]$.
3. Постоянна на $[-3; 1]$, возрастает на $(1; 4]$ и $[5; 6]$, убывает на $(4; 5]$.
4. Ограничена и сверху, и снизу.
5. $y_{наим} = 1$; $y_{наиб} = 2$.
6. Непрерывна на $[-3; 1]$ и $(1; 6]$, претерпевает разрыв в точке $x = 1$.
7. Выпукла вверх на $(1; 4]$, выпукла вниз на $(4; 6]$.

7

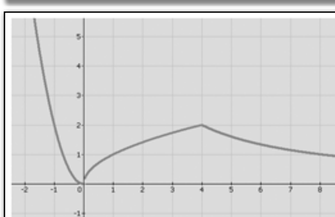
Построить и прочитать график функции

$$y=\begin{cases}2x^2, \ x\le 0;\\ \sqrt{x}, \ 0<x\le 4;\\ \dfrac{8}{x}, \ x>4.\end{cases}$$

$y = 2x^2$



8



$$y=\begin{cases}2x^2, \ x\le 0;\\ \sqrt{x}, \ 0<x\le 4;\\ \dfrac{8}{x}, \ x>4.\end{cases}$$

1. D(f) = R.
2. $E(f) = [0; +\infty)$.
3. Функция убывает на $(-\infty; 0]$ и $[4; +\infty)$, возрастает на $[0; 4]$.
4. Функция ограничена снизу, но не ограничена сверху.
5. $y_{наим.} = 0$ при $x = 0$, $y_{наиб.}$ не существует.
6. Функция непрерывна.
7. Функция выпукла вниз на $(-\infty; 0]$ и $[4; +\infty)$, выпукла вверх на отрезке $[0; 4]$.

Простейшие функции и их свойства

9

Свойства функции

1. Область определения функции D(y).
2. Множество значений функции E(y).
3. Четность функции.
4. Промежутки монотонности (промежутки возрастания и убывания функции).
5. Ограниченность функции.
6. Наибольшее и наименьшее значение функции.
7. Непрерывность функции.
8. Выпуклость функции.

Функции

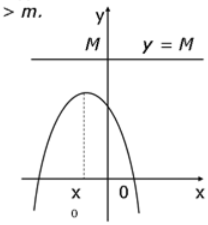
10

1. Линейная функция $y = kx + m$.
2. Квадратичная функция $y = kx^2$.
3. Функция $y = \frac{k}{x}$.

Ограниченность функции

11

Функция $y = f(x)$ называют **ограниченной снизу на множестве $X \subset D(f)$**:
- если все значения функции на множестве X больше некоторого числа;
- если существует число m такое, что для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) > m$.



Наибольшее и наименьшее значения функции

12

Число **m** называют **наименьшим значением функции y = f(x) на множестве X $\subset$ D(f)**, если:

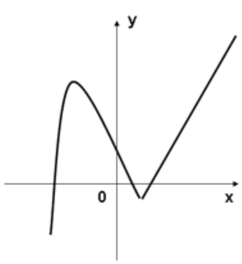
1) в **X** существует такая точка x_0, что $f(x_0) = m$;
2) для всех **x** из **X** выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

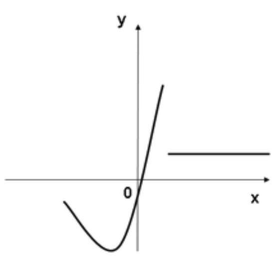
Число **M** называют **наибольшим значением функции y = f(x) на множестве X $\subset$ D(f)**, если:

1) в **X** существует такая точка x_0, что $f(x_0) = M$;
2) для всех **x** из **X** выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Непрерывность функции

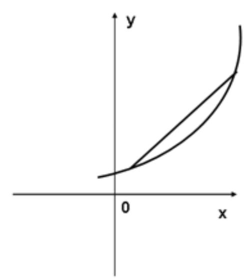
13

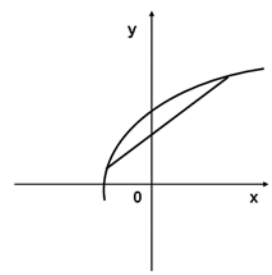




Выпуклость функции

14



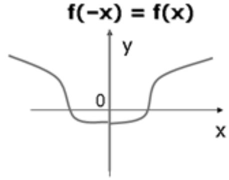


Четные и нечетные функции

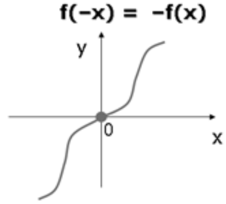
15

1. Область определения функции $D(f)$ – симметричное множество.
2. Для любого $x \in X$ выполняется равенство:

$f(-x) = f(x)$

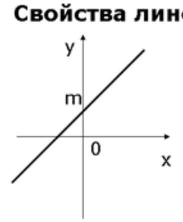


$f(-x) = -f(x)$



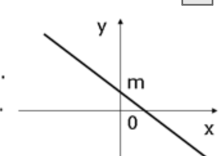
Свойства линейной функции $y = kx + m$

16



k > 0 возрастающая

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(f) = (-\infty; +\infty)$.
3. Монотонность

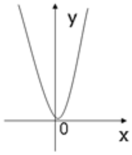


k < 0 убывающая

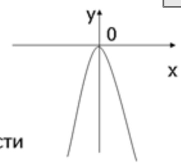
4. Не ограничена ни сверху, ни снизу.
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений.
6. Функция непрерывна.

17

Свойства функции $y = kx^2$



1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(f) = [0; +\infty)$ при $k > 0$;
   $E(f) = (-\infty; 0]$ при $k < 0$.
3. Промежутки монотонности



$k > 0$ | $k < 0$

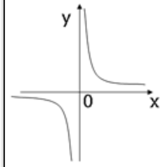
$k > 0$	$k < 0$
убывает на луче $(-\infty; 0]$, возрастает на луче $[0; +\infty)$	убывает на луче $[0; +\infty)$, возрастает на луче $(-\infty; 0]$
4. Ограничена снизу	4. Ограничена сверху
5. $y_{наим} = 0$; $y_{наиб}$ – не существует	5. $y_{наим}$ – не существует; $y_{наиб} = 0$

6. Непрерывна.

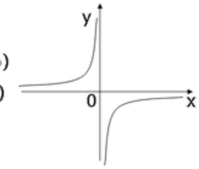
7. Выпукла вниз	7. Выпукла вверх

18

Свойства функции $y = \dfrac{k}{x}$



1. $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
2. $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
3. Монотонность



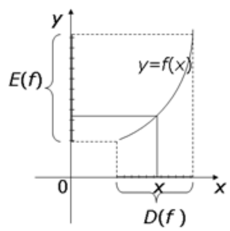
$k > 0$	$k < 0$
функция убывает на промежутках $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$.	функция возрастает на промежутках $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$.

4. Не ограничена ни сверху, ни снизу.
5. Нет ни наименьшего, ни наибольшего значений.
6. Функция непрерывна на $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$.

19

Взаимно обратные функции

Если каждому значению *x* из некоторого множества действительных чисел поставлено в соответствие по определённому правилу *f* число *y*, то говорят, что на этом множестве определена функция.



20

Прямая задача	Обратная задача
Дана функция $y = f(x)$.	Дана функция $y = f(x)$.
Найдите значение *y* при заданном значении *x*.	Найдите значение *x* при заданном значении *y*.
Дано: $y = 2x + 3$.	Дано: $y = 2x + 3$, $y(x) = 42$.
Найти: $y(5)$.	Найти: x.
Решение:	Решение:
$y(5) = 2 \cdot 5 + 3 = 13$.	$42 = 2x + 3$;
Ответ: $y(5) = 13$.	$2x = 39$;
	$x = 19{,}5$.
	Ответ: $y(19{,}5) = 42$.

21

Если функция $y = f(x)$ принимает каждое своё значение только при одном значении *x*, то эту функцию называют обратимой.

$$y = 2x + 2;$$
$$y = 2 + \frac{1}{x};$$
$$y = x^3.$$

$$y = x^2$$
$$x_1 = \sqrt{y} \qquad x_2 = -\sqrt{y}$$

Пусть $y = f(x)$ – обратимая функция. Тогда каждому *y* из множества значений функции соответствует одно определённое число *x* из области её определения, такое, что $f(x) = y$.

Это соответствие определяет функцию *x* от *y*, которую обозначим $x = g(y)$. Поменяем местами *x* и *y*: $y = g(x)$.

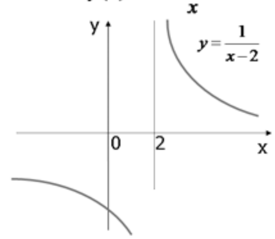
Функцию $y = g(x)$ называют обратной к функции $y = f(x)$.

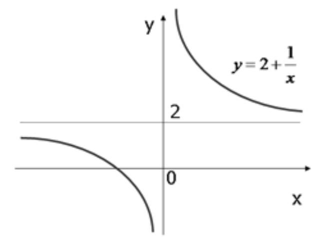
22

Дано: $y = \dfrac{1}{x-2}$. Найти функцию, обратную к данной.

Решение: $\dfrac{1}{x-2} = y$, $x - 2 = \dfrac{1}{y}$, $x = 2 + \dfrac{1}{y}$, $\Longrightarrow$ $y = 2 + \dfrac{1}{x}$.

Ответ: $y(x) = 2 + \dfrac{1}{x}$.

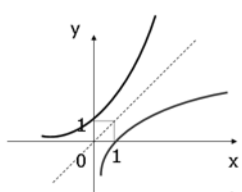




1. $D(y) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$	1. $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
2. $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	2. $E(y) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

Построить график функции, обратной к данной

23

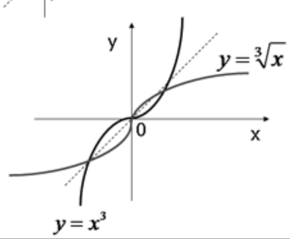


Дано: $y = x^3$.

Построить функцию, обратную к данной.

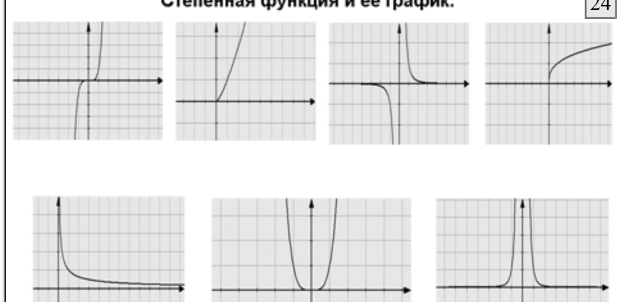
Решение: $x^3 = y$,

$$x = \sqrt[3]{y} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x}.$$



24

Степенная функция и её график.



$y = x^{-3}$ $y = x^5$ $y = x^8$ $y = x^{-4}$ $y = x^{\frac{1}{3}}$ $y = x^{\frac{4}{3}}$ $y = x^{-\frac{3}{5}}$